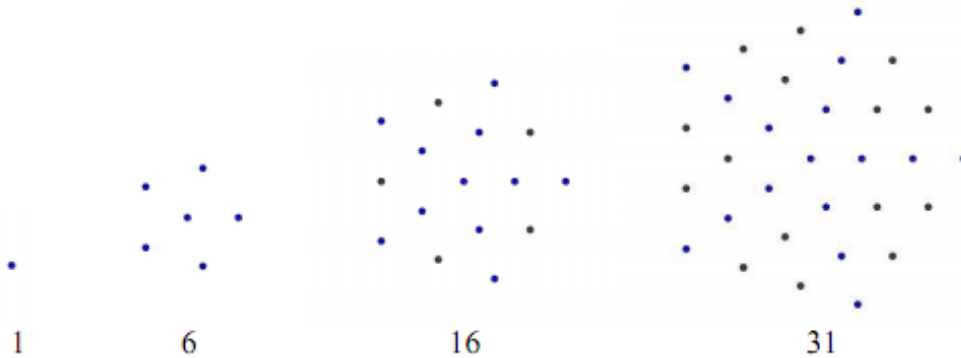


OLYMPIADES 3

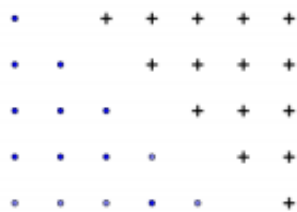
Un **nombre pentagonal centré** est un nombre qui peut être représenté par un pentagone ayant un point placé en son centre et tous les autres points disposés autour de ce centre en formant des couches pentagonales successives. Les quatre premiers nombres pentagonaux sont 1, 6, 16 et 31 :



1. *a.* Quel est le 5^{ème} nombre pentagonal centré ?
- b.* Combien de points faudra-t-il ajouter pour passer au 6^{ème} pentagone centré ?

2. *a.* Montrer que pour tout entier naturel non nul n , $1 + 2 + \dots + (n - 1) = \frac{n(n - 1)}{2}$

On pourra pour cela observer la figure ci-dessous :



- b.* En déduire que les nombres pentagonaux centrés peuvent tous être écrits sous la forme : $1 + 5 \frac{(n - 1)n}{2}$ où n est un entier naturel.
 3. *c.* 2176 est-il un nombre pentagonal centré ? Indiquer la méthode utilisée pour répondre.
2. *a.* Quels sont les chiffres des unités possibles pour un nombre pentagonal ?
 - b.* Pour quelles valeurs de n le $n^{\text{ième}}$ nombre pentagonal est-il pair ?
 - c.* Quel est le chiffre des unités du 20092010^{ème} nombre pentagonal centré ?