

Thème : décomposition d'un entier

On précise que la notation \overline{ab} représente l'entier dont l'écriture décimale admet b pour chiffre des unités et a pour chiffres des dizaines. Autrement dit : $\overline{ab} = b + 10a$, la barre placée au dessus des chiffres a et b permettant d'éviter une éventuelle confusion avec le produit ab .

De même \overline{abc} représente l'entier dont l'écriture décimale admet c pour chiffre des unités, b pour chiffres des dizaines et a pour chiffre des centaines. Autrement dit : $\overline{abc} = c + 10b + 100a$, etc.

Sujet de recherche : simplifications scandaleuses

Un élève a écrit $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$, ce qui est juste mais il explique qu'il a obtenu cette égalité en « simplifiant par 6 » : $\frac{1\cancel{6}}{6\cancel{4}} = \frac{1}{4}$.

1. Montrer à l'aide d'un exemple qu'une simplification de ce type n'est pas toujours possible. Dans la suite de l'exercice, a , b et c sont des nombres entiers pris parmi les entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
2. Le but de cette question est de déterminer toutes les fractions du type $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}}$ où la « simplification scandaleuse » $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{a}{c}$ est possible.

(a) Démontrer que l'on a l'égalité $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{a}{c}$ si et seulement si $b = \frac{9ac}{10a - c}$.

- (b) En examinant tous les cas possibles pour les chiffres a et c , indiquer toutes les fractions du type $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}}$ où la simplification scandaleuse est possible.

3. On s'intéresse maintenant aux fractions telles que $\frac{\overline{abb}}{\overline{bbc}} = \frac{a}{c}$.

(a) Exprimer b en fonction de a et c pour que l'on ait l'égalité $\frac{\overline{abb}}{\overline{bbc}} = \frac{a}{c}$.

- (b) En déduire toutes les fractions du type $\frac{\overline{abb}}{\overline{bbc}}$ où la « simplification scandaleuse » $\frac{\overline{abb}}{\overline{bbc}} = \frac{a}{c}$ est possible.

4. Conjecturer quelles sont les fractions du type $\frac{\overline{ab\dots b}}{\overline{b\dots bc}}$ (avec 2009 chiffres b au numérateur et au dénominateur) où la « simplification scandaleuse » $\frac{\overline{ab\dots b}}{\overline{b\dots bc}} = \frac{a}{c}$ est possible.

$$\frac{1}{n} \sin x = ?$$

$$\frac{1}{n} \sin x =$$

$$\sin x = 6$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

13 solutions dont $\frac{19}{95}$

13 solutions dont $\frac{166}{664}$

8 solutions

Sur le même thème

1°) Comprendre la "devinette" du site akromat.fr (bandeau de gauche).

$$2^\circ) 35^2 = 3 \times 4 \times 100 + 25 = 1225 \quad 75^2 = 7 \times 8 \times 100 + 25 = 5625 \quad 85^2 = 8 \times 9 \times 100 + 25 = 7225.$$

En étudiant les égalités précédentes, énoncer une règle commençant par " Pour calculer le carré d'un entier se terminant par 5, on" et la prouver de façon générale.

3°) Expliquez ce tour de cartes :

" Prenez un jeu de 32 cartes et demandez à un personne de l'assistance de constituer secrètement un paquet de 20 à 29 cartes, puis additionnant les deux chiffres qui composent ce nombre de cartes, de regarder la carte située à cette position à partir du dessous du paquet. Votre spectateur doit retenir le nom de cette carte, puis, sans la changer de place, compléter son paquet par en-dessous avec le reste du jeu avant de vous rendre le tout. Feignez d'être embarrassé, puis reprenant votre assurance, épelez victorieusement les lettres de la phrase "V-O-I-L-A L-A C-A-R-T-E C-H-O-I-S-I-E" à mesure que vous jetez les cartes une à une". La carte jetée avec le "E" final est la bonne !"