

# Travail collaboratif 6M1 – CM2 A 2013/2014

## **Sujet:**

### *Problème de l'artiste*

Un artiste contemporain veut réaliser une œuvre sur un support rond, en plantant des clous sur le pourtour et en tendant des fils entre les clous. Il se propose de peindre chaque zone d'une couleur différente.

De combien de couleurs aura-t-il besoin ?

## **Première séance: Lundi 30 septembre 2013 (1h)**

*Les deux classes sont ensemble (en DM06)*

Présentation du travail collaboratif

Constitution des groupes

Présentation du sujet.

Les élèves se mettent en groupe (de 8) CM2 – 6ème et notent sur le cahier de chaque groupe toutes les questions qui leur passent par la tête.

Commentaires: Les élèves sont déstabilisés par le côté très ouvert du problème. Ils sont très « formatés »

Ne pas pouvoir trouver la solution simplement les perturbe.

Ils ont aussi du mal à se « lâcher » au début sur les questions.

## Commentaires des CM2 sur cette première séance (après quelques jours)

### *Sur notre projet*

- On ne peut pas répondre au problème comme ça car on n'a pas assez d'informations
- Il peut y avoir plusieurs réponses.
- On va mettre beaucoup de temps à résoudre ce problème.
- Est-il vraiment possible à résoudre ?
- On sentait que cela allait être dur car même les sixièmes n'y arrivaient pas.

### *Sur ce que l'on a pu ressentir lors de notre rencontre*

- On n'était pas avec nos copains car c'est le maître qui a fait les groupes.
- Il n'y avait pas assez d'échanges entre-nous (CM2 / sixièmes) sauf dans certains groupes...
- La salle DM06 était trop triste...

## **Deuxième séance: Jeudi 3 octobre 2013 (20 minutes)**

*Par classe*

- Mettre en forme les questions: les taper, les classer par catégories

Catégories choisies par les sixièmes: Questions qui nous semblent importantes - Questions mathématiques - Questions qui reformulent le sujet - Questions qui nous semblent moins utiles.

Catégories choisies par les CM2: Questions pour résoudre le problème – Questions concernant l'utilisation du matériel – Questions concernant le résultat obtenu – Questions posées plusieurs fois.

Les listes des questions par classe se trouvent en Annexe 1

- Envoi des questions à l'autre classe.

## Commentaires:

En sixième, les élèves semblent avoir pris un petit peu de recul par rapport au sujet. Ils arrivent assez bien à classer les questions et à voir celles qui semblent utiles et celles qui « ne servent à rien ».

## Troisième séance et quatrième séance: 9 octobre 2013 (1h) et 27 octobre 2013 (1h)

Par classe

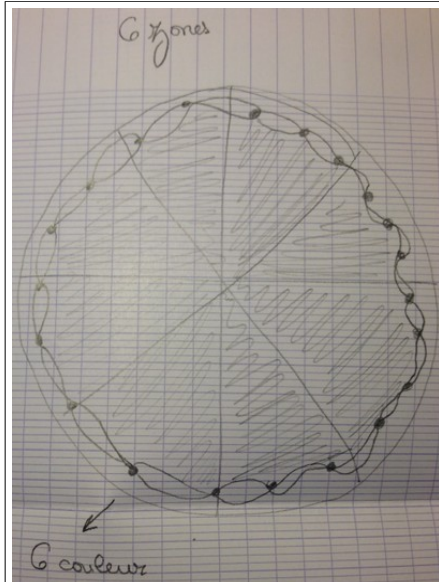
Recherche sur les questions de l'autre classe et envoi des réponses.

Les élèves, en groupes, répondent aux questions de l'autre classe.

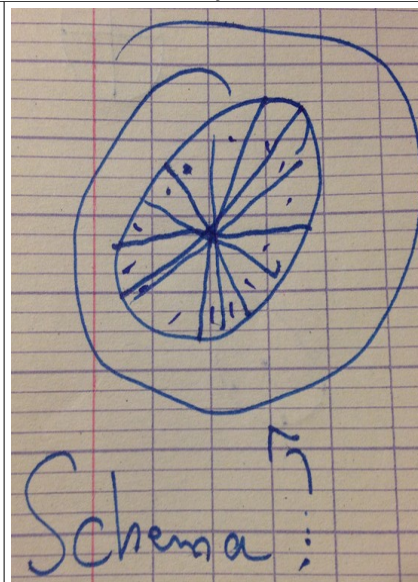
### En Sixième

Séance en deux temps (pas de mise en commun: pas le temps). Les élèves ne savent pas par quoi commencer. Certains font des dessins, d'autres ne font pas grand chose, d'autres tentent de répondre à certaines questions. Le prof passe et les relance en posant des questions sur les questions.

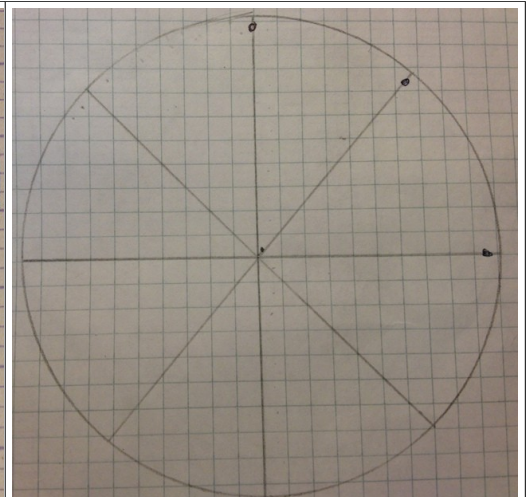
Les schémas sont souvent faux: un clou au milieu façon « tarte »



Groupe 6



Groupe 5

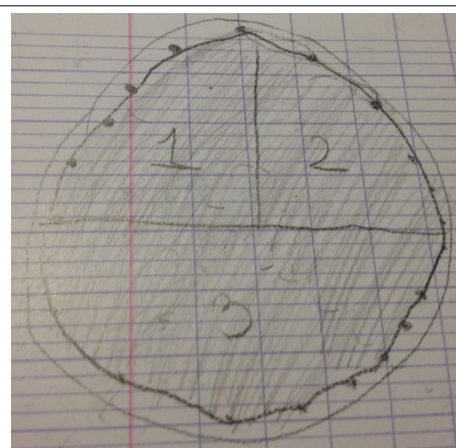
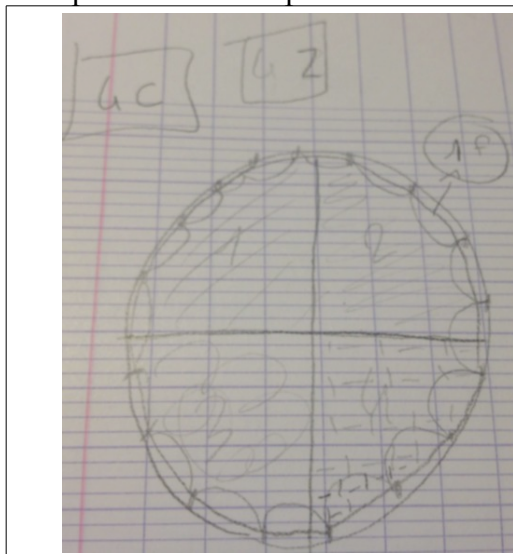


Groupe 2

Au final:

Quelques commentaires écrits sur les cahiers ressortent (pouvant faire avancer les choses)

- On peut faire le problème mais il y a plein de possibilités (groupe 5).
- La question la plus importante: Quelle est la longueur du support. Réponse: Il y a une infinité de taille car il n'y a pas assez d'informations donc on va faire un cercle de notre choix de taille. (groupe 3)
- Q17: On peut répondre à cette question sans savoir combien il y a de clous
- Q8: Grâce à cette question, nous pourrions savoir combien il y a de clous. (groupe 2)
- Groupe 6: Calculs de périmètres



- Comme on n'aura pas plus d'informations sur les clous, nous essayons de trouver une réponse au hasard.  
Il peut y avoir un support de 20 cm et on peut placer un clou tous les 2 cm.

- Réponse au commentaire des CM2: Mais il y a une infinité de réponses. Parce que le support peut mesurer des millions et des milliards de km et il peut y avoir une infinité de clous et de fils. Groupe4

Mise en commun (6ème): 27 octobre 2013 (1h)

*La mise en commun part des commentaires, questions et dessins extraits des cahiers des groupes.*

Les élèves semblent avoir pris un peu de recul par rapport à la séance précédente (où rien de concret ne ressortait).

Un débat s'installe sur la question suivante: Y a-t-il toujours qu'une seule solution à un problème ?

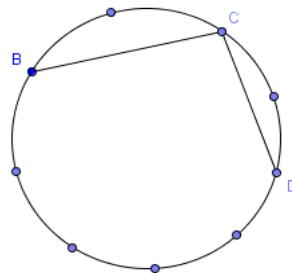
Les élèves ne sont pas bien sûr de la réponse qu'ils veulent apporter à cette question.

Des remarques surgissent:

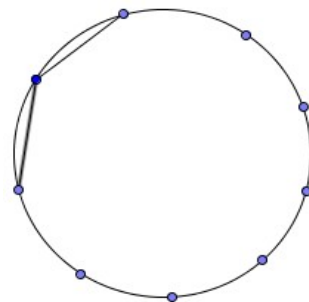
- il faut se décider sur une réponse: il faut décider de la taille du support et du nombre de clous.
- Il faut savoir l'aire pour savoir le nombre de clous (ils vont finalement conclure que cette remarque est fausse, on n'a pas besoin de l'aire pour connaître le nombre de clous)
- Si on connaît la longueur du contour et le nombre de clous, on peut savoir la distance entre chaque clou et on sait combien de fils il y a.

*Les élèves se posent alors des questions*

- Est-ce qu'on met régulièrement les clous ? Réponse unanime de la classe: OUI
- Comment tendre les fils ? Réponse de la classe: Il n'y a qu'une seule façon de tendre un fil entre deux clous.
- Est-ce qu'on peut attacher deux fils différents sur un même clou comme ça ? Du clou C, il y a deux fils qui partent: un vers B et un vers D. Réponse de la classe: OUI (petit débat)



- Est-ce qu'on peut tendre les fils comme ça ? Réponse de la classe: OUI (petit débat)



*Parasitage:*

Quand on a trois clous, on peut tendre deux fils mais on peut aussi tendre qu'un seul fil qui passerait par les trois clous.

En CM2

1- Projection de la lettre reçue.

2- Remarques concernant le classement proposé par la classe de 6<sup>ème</sup> :

- « C'est différent de notre classement. »
- « « Les questions mathématiques », c'est bien pensé, cela permet de bien voir le vocabulaire mathématiques. »

- « Ils ont posé les mêmes questions que nous mais dans le désordre. »

Certains élèves ont essayé d'améliorer le classement :

→ « La question « De quelle manière tend-il les fils ? » de « Questions qui nous semblent importantes » devrait être dans « Questions inutiles » car « elle ne va pas nous aider : on peut tendre le fil à la main. » »

→ « « Combien de peinture faudra-t-il ? » et « Quelles sont les couleurs qu'il choisira ? » reformulent la question. Il faudrait les changer dans le classement. »

3- Travail par groupe : « Répondre aux questions » (chaque groupe dispose de la fiche « Questions »).

Les enfants ont eu du mal à se lancer. Certains essaient de faire un schéma (d'autres n'y ont même pas pensé ! ) Ils essaient de répondre aux « Questions qui nous semblent importantes ».

« Il faut planter les clous avant de tendre les fils ».

Ils dessinent tous des formes circulaires (« support rond ») et certains disposent des clous (le nombre est très variable selon les groupes) un peu partout sur la surface.

Reprise de l'énoncé et retour sur le vocabulaire : « plantant des clous sur les pourtours ».

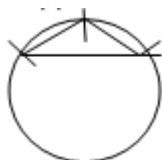
Représentation d'un clou par un point (croix).

Retour sur le travail de groupe.

Enfin ça avance un peu.

Un groupe dispose 8 clous sur le pourtour et un au milieu car « tous les fils doivent passer par le milieu » (Gabriel A). A la question « Combien y a-t-il de fils ? », ils répondent 8 (ils n'ont tracé que des diamètres et ont comptabilisé les rayons. Aucun fil ne suit les côtés de l'octogone.

Un autre dessine sur son support trois points situés comme ceci (groupe d'Ahmed):



Autocritique : « Les clous sont trop hauts, les zones sont trop grandes ou trop petites. »

A la question « Combien y a-t-il de fils ? », ils ont répondu trois.

Dans d'autres groupes, certains sont très... comment dire... ..perplexes...

4- Mise en commun.

Remarque d'Ahmed : « S'il y a un grand support rond, il peut y avoir plus de clous que sur un petit support rond ! »

Retour sur une question : « Combien y a-t-il de zones? »

Ahmed, toujours lui, fait la remarque suivante ; « Ca dépend du nombre de clous parce que si tu trouves le nombre de clous, tu trouves le nombre de zones ».

Question du maître : « Peut-on répondre à la question : « Combien y a-t-il de clous ? » »

« Ca dépend. » - « Il faut en mettre tout autour. » Certains ont proposé un nombre au hasard mais toujours grand. Je les ai orientés de manière à ce qu'ils se mettent à la place de l'artiste.

Walid a alors proposé de mettre 5 clous et il est venu au tableau faire une représentation. Il a relié les points. « Ca forme une étoile ! ».



Ahmed a présenté le travail de son groupe (3 clous).

Remarque de Zachary : « Plus on met de clous plus il faut de fils. »

Les enfants ont conclu la séance par le fait que pour répondre à la question, il faut choisir d'abord le nombre de clous.

A suivre.

### **Cinquième séance: mercredi 13 novembre 2013**

Nous décidons de règles communes aux deux classes pour pouvoir faire avancer les recherches:

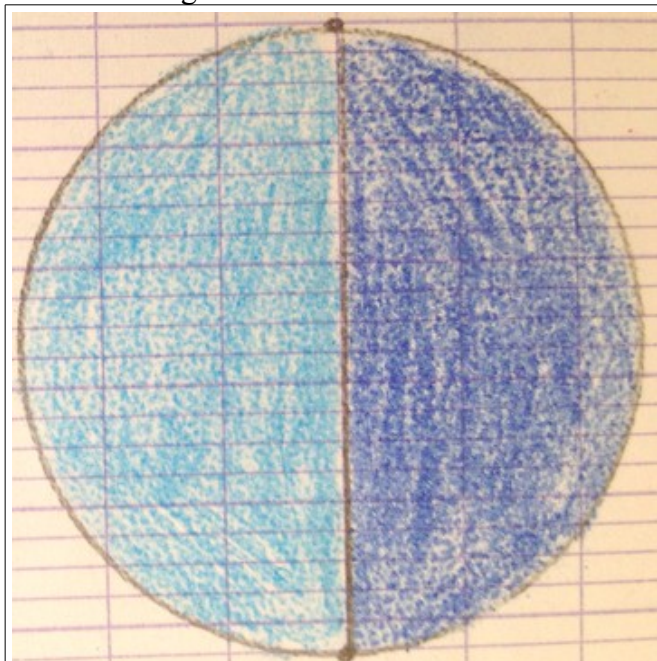
- 1) Entre deux clous distincts, il doit y avoir un fil tendu
- 2) D'un même clou peuvent donc partir plusieurs fils

Les élèves, en groupes, poursuivent la recherche. Au début de la séance, ils choisissent aléatoirement le nombre de clous (et ce nombre est souvent grand). Puis nous les guidons, par un questionnement, vers quelque chose de plus méthodique: partir du plus petit nombre de clous possible et augmenter progressivement.

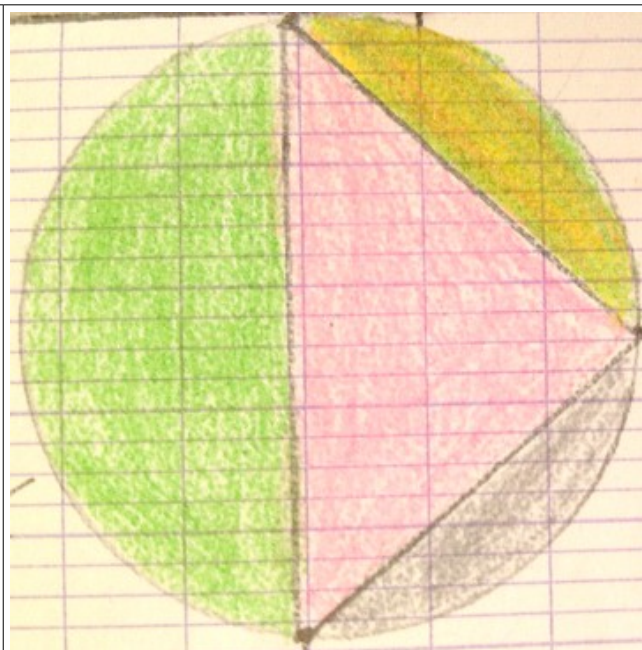
En CM2, un débat s'installe sur le plus petit nombre de clous et les élèves décident que, comme le mot « fils » est au pluriel dans l'énoncé, le plus petit nombre de clous est 3 (et le nombre de fils est 2)

En sixième, les élèves décident que le plus petit nombre de clous est 2 (1 fil et deux zones)

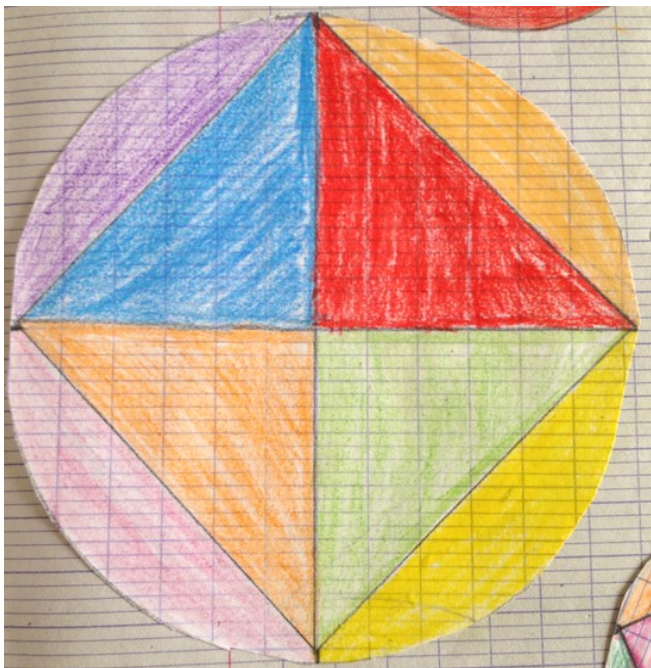
Le travail s'organise et avance bien.



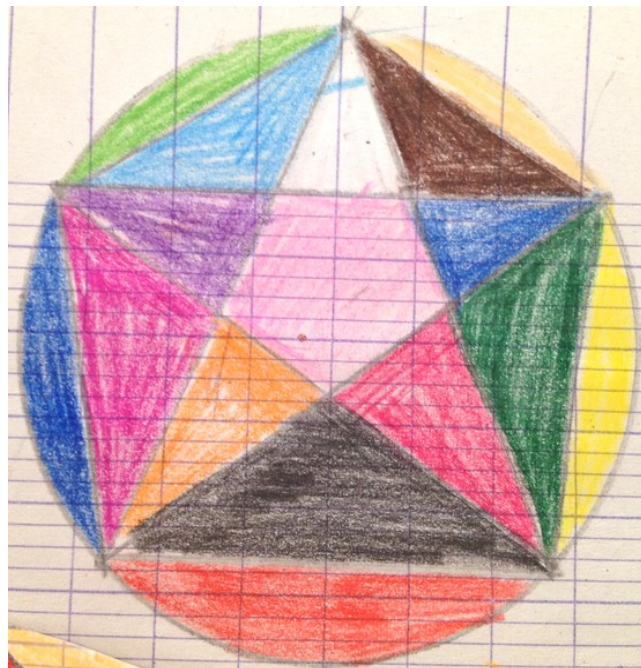
2 clous – 2 zones



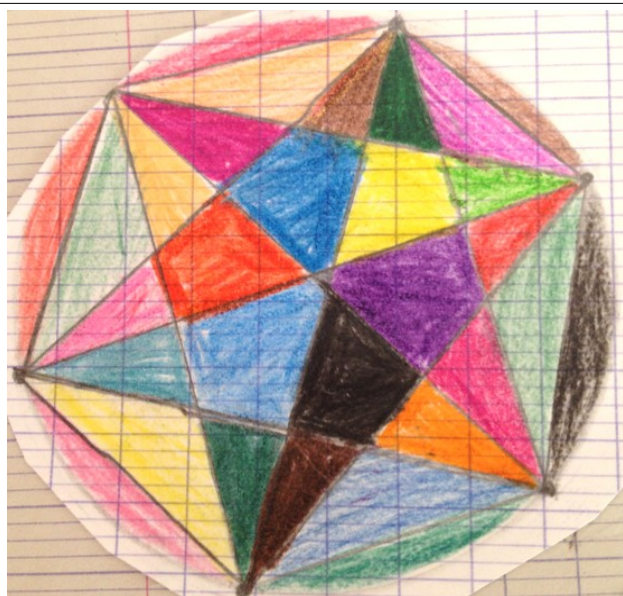
3 clous – 4 zones



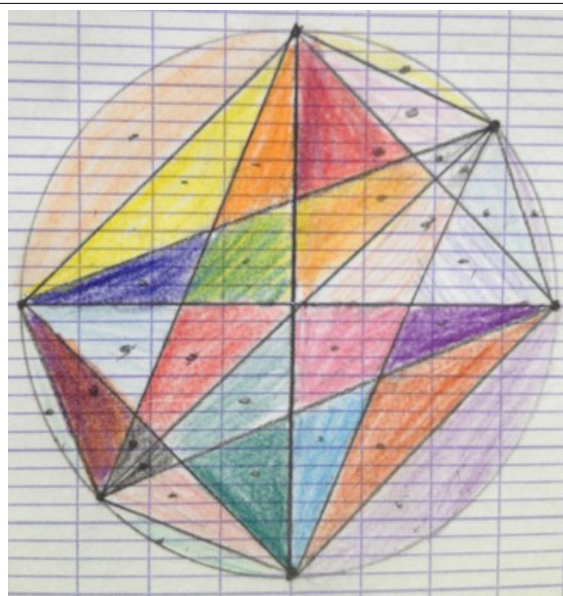
4 clous – 8 zones



5 clous – 16 zones



6 clous – 30 zones



6 clous autre configuration – 30 zones

Ils ont également compté:

7 clous – 56 zones

8 clous – 94 zones

9 clous – 152 zones

### Préparation du bilan

Les CM2 préparent une présentation avec le TBI mais en sixième nous n'avons pas le temps de faire une présentation « propre » sur un support informatique.

Les dessins sont donc fait à la main « en grand ».

Un groupe commence à travailler sur Geogebra pour les figures avec un plus grand nombre de clous mais ce ne sera pas terminé pour la mise en commun du lendemain.



## **Sixième séance: Jeudi 14 novembre 2013**

*Les deux classes ensemble (dans la classe des CM2 pour pouvoir utiliser le tableau interactif).*

Les deux classes se partagent la parole pour présenter les différents cas (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 clous)

Un débat scientifique, animé par les professeurs, est engagé suite à cette présentation.

- Avons-nous donné LA solution au problème ?

la réponse des élèves est unanime: non parce qu'il nous manque plein de cas

- Comment pourrait-on faire pour répondre entièrement au problème ? Est-ce possible ?

Les élèves se rendent compte qu'il y a trop de cas (une infinité) et qu'en plus on est limité par les dessins. En réfléchissant ils se disent que si on trouvait une formule, ce serait plus simple.

- Recherche de la formule

**Proposition 1:** Si on double le nombre de clous, on double le nombre de zones.

C'est faux et Zachari propose un contre exemple: pour 3 clous on a 6 zones et pour 6 clous on en a 30.

**Proposition 2:** De chaque clou part un même nombre de fils donc on a la formule suivante:

Nombre de zone = nombre de clous  $\times$  nombre de fils par clou

C'est faux et Lucas explique que comme un fil est utilisé deux fois ça ne marche pas. Ils essaient ensuite sur un exemple et se rendent compte que c'est effectivement faux.

**Proposition 3:** Nombre de zones = (Nombre de fil par clou  $\times$  nombre de clous) – nombre de fil par clous.

Pour 3 clous:  $(2 \times 3) - 2 = 4$  qui est le nombre de zones lorsqu'il y a 3 clous

Pour 4 clous:  $(3 \times 4) - 3 = 9$  donc ça ne marche pas parce que pour 4 clous il y a 8 zones.

**Nous n'avons pas trouvé de formule générale.**

### Avantage de Geogebra par rapport à un dessin sur le TBI:

Avec geogebra on peut agrandir facilement et surtout on peut déplacer les clous pour tester diverses configurations.

Avec la figure sur geogebra (réalisée plus tard), les élèves ont vu qu'il y avait des zones qui étaient minuscules et invisibles à l'oeil nu. Si on agrandissait la figure ou si on déplaçait les clous sur le pourtout, certaines de ces zones apparaissaient.

## **Présentation au congrès MATH.en.JEANS à Abu Dhabi mars 2014**

Ce travail a été repris en mars lors du congrès MATH.en JEANS. Deux groupes d'élèves ont présenté leurs recherches devant un public d'élèves, de professeurs et de chercheurs.

A cette occasion, les élèves ont réalisé un power point en utilisant les figures faites sur le tableau interactif par les CM2 et les figures réalisées par les sixièmes sur Geogebra.

Plan de la présentation

Introduction: présentation du sujet

I- Comment a-t-on travaillé ? (collaboration des deux classes)

II- Ce qui nous a posé problème

II- Présentation des résultats trouvés.

## BILAN

- Il manque une séance pour prendre le temps de faire un vrai bilan par classe avant le bilan les deux classes ensemble.
- Un travail comme celui-ci permet d'introduire les bases d'un débat mathématique (notion de cas général, place du dessin, notion de contre exemple)
- Les élèves apprennent aussi à ne pas rester bloqués face à un problème ouvert où ils n'ont pas la réponse immédiatement (importance de l'essai)
- Ce travail permet d'exploiter les erreurs des élèves (mais c'est difficile les élèves ont tendance à effacer tout de suite lorsque c'est faux)
- Ce travail permet aux élèves d'apprendre à chercher avec méthode.

### A moyen terme (présentation au congrès MEJ)

Les élèves avaient un recul intéressant face à leur travail après quelques mois et en avaient retenu l'essentiel.

### A plus long terme: (1 an après)

Les élèves de CM2 que je retrouve en sixième cette année (4 élèves) ont gardé un souvenir très positif de cette expérience (qui les avait déstabilisés au début).

Ces élèves (3 sur 4) sont devenus des éléments moteurs pour la classe lors de travail de groupe sur des problèmes ouverts. Ils n'ont pas forcément les solutions mais sont capables de faire avancer leur groupe et surtout ils essayent des choses sans hésiter ou avoir peur de se tromper.

***Bénédicte ARTOLA (6M1) et Eric BABOULIN (CM2A)***



# ANNEXE 1

## Questions 6M1 en vrac

Combien y a-t-il de clous ?

Combien y a-t-il de couleurs ?

Combien de cm mesure le rayon du support ?

Combien de cm y a-t-il entre les clous ?

Combien mesure le cercle ?

Combien de peinture faudra-t-il ?

Combien y a-t-il de fils ?

Combien y a-t-il de zones ?

Quelle est l'aire du support ?

De quelle manière il tend les fils ?

Quelles sont les couleurs qu'il choisira ?

Quelle est la taille du tableau ?

Combien plante-t-il de clous ?

Quelle est la taille du rond ?

Comment peut-il tendre les fils aux clous ?

Quelle œuvre va-t-il peindre ?

Combien de clous va-t-il utiliser ?

Est-ce que c'est un support en relief ou plat ?

Combien doit-il tendre de fils ?

Quelles sont les longueurs des fils ?

Quelle est la longueur du support rond ?

Il n'y a pas de réponse car il n'y a pas de mesures

## Questions des 6M1 ordonnées pour les CM2

### **Questions qui nous semblent importantes**

Combien y a-t-il de fils ?

De quelle manière tend-il les fils ?

Combien plante-t-il de clous ?

Combien doit-il tendre de fils ?

### **Questions mathématiques**

Combien de cm mesure le rayon du support ?

Combien de cm mesure le rayon du support ?

Combien de cm y a-t-il entre les clous ?

Quelle est l'aire du support ?

Quelle est la taille du tableau ?

Quelles sont les longueurs des fils ?

### **Questions qui reformulent le sujet**

Combien y a-t-il de couleurs ?

Combien y a-t-il de zones ?

### **Questions qui nous semblent moins utiles**

Combien de peinture faudra-t-il ?

Quelles sont les couleurs qu'il choisira ?

Quelle œuvre va-t-il peindre ?

Est-ce que c'est un support en relief ou plat ?

Certains d'entre nous se sont faits cette remarque: « *Il n'y a pas de réponse car il n'y a pas de mesures* »

**Qu'en pensez-vous ?**

# Questions des CM2 ordonnées pour les 6M1

## **Questions pour résoudre le problème**

- Quelle est la longueur du support ?
- Quelle est la longueur du support rond ?
- Quelle est la longueur du fil ?
- Combien de clous va-t-il utiliser ?
- Combien mesure le rayon ?
- Combien mesure le cercle ?
- Combien y aura-t-il de fils ?
- Quelle est l'aire du support ?
- Quelle est la distance entre les clous ?
- Quelle est la taille du rond ?

## **Questions concernant l'utilisation du matériel**

- Est-ce un support en relief ou à plat ?
- Comment tend-il les fils entre les clous ?
- Comment peut-on tendre les fils entre les clous ?
- De quelle manière va-t-il tendre les fils ?

## **Questions concernant le résultat obtenu**

- Quelle œuvre va-t-il faire ?
- Que va-t-il dessiner ?
- Combien y a-t-il de zones ?
- Combien y a-t-il de couleurs ?

## **Questions posées plusieurs fois**

- Combien y a-t-il de clous ? (6 fois)
- Combien y a-t-il de fils ? (2 fois)
- Combien y a-t-il de zones ? (4 fois)
- Comment doit-il tendre les fils ? (3 fois)